

วิชาคณิตศาสตร์ 6 รหัส ค33102

เรื่องลำดับเรขาคณิต

😊 ลำดับเรขาคณิต

พิจารณาลำดับ 3, 6, 12, 24, 48, ... จะเห็นว่าอัตราส่วนของพจน์หลังหารด้วยพจน์หน้าที่อยู่ติดกันมีค่าคงที่เท่ากับ 2 เช่น $\frac{6}{3} = 2$, $\frac{12}{6} = 2$, $\frac{24}{12} = 2$, $\frac{48}{24} = 2$

ลำดับเรขาคณิต เป็นลำดับที่มีอัตราส่วนที่ได้จากการนำพจน์ที่ $n+1$ หารด้วยพจน์ที่ n มีค่าคงที่เรียกค่าคงที่นี้ว่า อัตราส่วนร่วม แทนด้วยสัญลักษณ์ "r"

ให้ $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$ เป็นลำดับ ถ้า $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$

แล้ว $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต

บทนิยาม ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ ต่อพจน์ที่ n มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า อัตราส่วนร่วม แทนด้วย r

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

ให้ $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี a_1 เป็นพจน์แรก และ r เป็นอัตราส่วนร่วมจะเขียนพจน์อื่น ๆ ของลำดับเรขาคณิตในรูป a_1 และ r ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 r \\ a_3 &= a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2 \\ a_4 &= a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_n &= a_1 r^{n-1} \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อกำหนดให้ a_1 เป็นพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ เท่ากับ r เป็นอัตราส่วนร่วมจะได้พจน์ที่ n

หรือพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตนี้คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

แบบฝึกหัด “ลำดับเรขาคณิต”

1. จงตรวจสอบว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่

ข้อ	ลำดับ
1	2, -4, 8, -16, 32, ...
2	3, 6, 18, 36, 108, ...
3	5, 15, 45, 135, ...
4	10, 20, 60, 120, ...
5	-1, 4, -16, 64, -256, ...
6	$\frac{3}{4}, 3, 12, 48, \dots$
7	125, -25, 5, -1, ...
8	90, 30, 15, 5, ...
9	$\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \dots$
10	9, 12, 16, $\frac{64}{3}, \dots$

2. จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = 3$ และ $r = 4$
3. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = 5, r = -3$
4. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = 100, r = -\frac{1}{2}$
5. จงเขียนสามพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $4, 12, 36, 108, \dots$
6. จงเขียนสามพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต $1, -2, 4, -8, \dots$
7. จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิตที่ $a_1 = 5, r = 2$
8. จงเขียนพจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิต $2, 10, 50, \dots$

9. จงเขียนพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิต 9, 18, 36, ...

10. จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตที่ $a_1 = -5, r = -3$

11. จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิตที่ $a_1 = 12, r = -3$

12. จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิตที่ $a_1 = 12, r = -3$

13. จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิตที่ $a_1 = 4, r = \frac{1}{2}$

14. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$

15. จงหาว่า 512 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับ $\frac{1}{64}, \frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \dots$

16. ลำดับเรขาคณิตมีพจน์แรกเป็น 8 และอัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{3}{2}$ แล้ว $\frac{729}{8}$ เป็นพจน์ที่เท่าใด

17. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 6 เป็น -486 และมี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม

18. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 9, 27, 81, ...

19. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -4, 8, -16, 32, ...

20. จงหาจำนวนที่อยู่ระหว่าง 5 และ 20 ที่ทำให้จำนวนทั้งสามนั้นเป็นพจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต

21 จงหาจำนวนที่อยู่ระหว่าง -8 และ -12 ที่ทำให้ทั้งสามจำนวนเรียงกันในลำดับเรขาคณิต

23 กำหนดให้ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งมีพจน์ที่ 1 เป็น 7 และมีอัตราส่วนร่วมเป็น -2 จงหาพจน์ที่ 4 และพจน์ที่ 7

24 กำหนดให้ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งมีพจน์ที่ 1 เป็น $\frac{1}{2}$ และพจน์ที่ 10 เป็น $\frac{1}{1,024}$ จงหาอัตราส่วนร่วม

25 ถ้าพจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 5 ของลำดับเรขาคณิต มีค่าเท่ากับ 3 และ $\frac{81}{8}$ ตามลำดับ แล้วจงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับนี้

26 จำนวน 3 จำนวนเรียงกันแบบลำดับเรขาคณิต โดยมีผลบวกและผลคูณของจำนวน ทั้งสามจำนวนเท่ากับ -3 และ 8 ตามลำดับ จงหาจำนวนทั้งสาม

๒๗ กำหนดลำดับเรขาคณิต $9, -6, 4, \dots$ แล้ว $\frac{64}{81}$ เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับนี้

28 ให้ลำดับเรขาคณิตมี 4 พจน์ และมีอัตราส่วนร่วมเป็นจำนวนจริงบวก โดยที่ $a_1 + a_2 = 8$ และ $a_3 + a_4 = 72$
จงหาค่าของ $a_4 - 2a_1$

29 เมื่อนำจำนวนจริง c ไปบวกแต่ละพจน์ของลำดับ $3, 20, 105$ ทำให้ลำดับที่ได้ใหม่ เป็นลำดับเรขาคณิต จงหาค่า c

30 ถ้า $9, G, 25$ เป็น 3 พจน์เรียงกันของลำดับเรขาคณิต จงหา G

31 ถ้าจำนวน 5 จำนวนเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต ที่มีจำนวนแรกเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และ จำนวนสุดท้ายเท่ากับ $\frac{1}{512}$ จงหาลำดับนี้

32 จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 16 เป็นพจน์ที่ 5 และ 2 เป็นอัตราส่วนร่วม

33 ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งมีพจน์ที่ 7 และพจน์ที่ 10 เท่ากับ 16 และ 1024 ตามลำดับ แล้ว พจน์ที่ 5 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $\frac{1}{4}$
- ข. 1
- ค. 4
- ง. 8

34 พจน์ที่ 16 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{625}, \frac{1}{125\sqrt{5}}, \frac{1}{125}, \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $25\sqrt{5}$

ข. 125

ค. $125\sqrt{5}$

ง. 625

35 กำหนดให้ a_1, a_2, a_3 เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ $a_1 = 2$ และ $a_3 = 200$ ถ้า a_2 คือค่าในข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้แล้ว ข้อดังกล่าวคือข้อใด

ก. -20

ข. -50

ค. 60

ง. 100

36 ถ้าพจน์ที่ 2 และ พจน์ที่ 5 ของลำดับเรขาคณิต มีค่าเท่ากับ 3 และ $\frac{81}{8}$ ตามลำดับ แล้ว พจน์ที่ 8 ของลำดับนี้เท่ากับเท่าใด

37 ถ้าลำดับเรขาคณิต $2, -6, 18, \dots$ มีพจน์สุดท้ายเป็น 162 แล้ว ลำดับนี้มีกี่พจน์

ก. 5

ข. 6

ค. 7

ง. 8

38 ถ้าพจน์ที่ 3 และพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต มีค่าเท่ากับ 20 และ -160 ตามลำดับ แล้ว 1,280 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับนี้

39 คน 3 คน อายุ 10 , 18 และ 30 ปี จงหาว่าอีกกี่ปีข้างหน้าอายุของคนทั้งสามจะเรียงกันเป็น ลำดับเรขาคณิต

40 ให้ x, y, z, w เป็นพจน์ 4 พจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต โดยที่ x เป็นพจน์แรก
ถ้า $y+z=6$ และ $z+w=-12$ ค่าสัมบูรณ์ของพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้เท่ากับข้อใด

ก. 16

ข. 32

ค. 48

ง. 54