

เอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้
วิชา ค๓๒๒๐๒ คณิตศาสตร์พิเศษ ๑
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ ภาคเรียนที่ ๑

ชื่อ - สกุล

ชั้น เลขที่

ครูพรรณทิภา ทองนวล
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสตรีภูเก็ต
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๑๔

ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ธรรมชาติและโครงสร้างของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของมนุษย์เป็นอันมาก มนุษย์เริ่มเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์จากสภาพแวดล้อมหรือธรรมชาติแล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ต่างๆ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ คนส่วนใหญ่มักเข้าใจว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของตัวเลขและการคิดคำนวณเท่านั้น แต่แท้ที่จริงแล้วคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่หมายรวมไปถึงการแก้ปัญหาและการใช้เหตุผลด้วย คณิตศาสตร์จึงนับเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการศึกษาค้นคว้าสร้างองค์ความรู้ในศาสตร์อื่นๆ และคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่างๆ ดังนั้นในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องรู้และเข้าใจเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์เพื่อประโยชน์ในการเลือกวิธีที่จะศึกษาให้เหมาะสมต่อไป

1. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์

1.1 คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด

วิชาคณิตศาสตร์มีการสร้างความคิดต่างๆ ขึ้น ซึ่งความคิดเหล่านี้ได้มาจากการสรุปความคิดเห็นที่เหมือนๆ กัน ซึ่งอาจจะได้จากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้น เรียกว่า “ความคิดรวบยอด” เช่น ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องการเท่ากันของจำนวน เรื่องความคล้าย และเรื่องเซต เป็นต้น

1.2 คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่แสดงความเป็นเหตุเป็นผล

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีการแสดงแนวคิดอย่างเป็นระบบ เป็นขั้นตอน การสรุปในแต่ละขั้นตอนจะต้องมีการอ้างอิงเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ทุกขั้นตอนในแต่ละเนื้อหาจะเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน มนุษย์จึงใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการค้นคว้าองค์ความรู้ใหม่ๆ และคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่างๆ ได้

1.3 คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากล

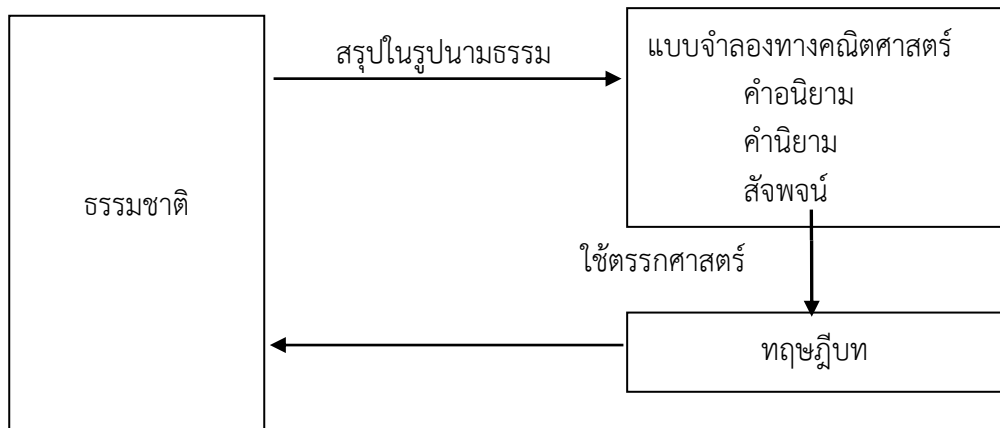
วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่ทุกคนที่เรียนคณิตศาสตร์เข้าใจตรงกัน โดยมีการกำหนดสัญลักษณ์ขึ้นใช้เพื่อสื่อความหมาย ทำให้เขียนข้อความทางคณิตศาสตร์ได้รัดกุมชัดเจน สื่อความหมายได้ถูกต้องและเข้าใจตรงกัน เช่น $2^3 = 8$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

1.4 คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง

ในการเรียนคณิตศาสตร์นั้น นอกจากจะเป็นนักคิดแล้ว ต้องเป็นผู้ที่มีจินตนาการ ช่างสังเกต ละเอียดรอบคอบ รู้จักเลือกคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทมาใช้ได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงการถ่ายทอดสิ่งที่พิสูจน์ได้แล้วออกมาอย่างมีระบบระเบียบ เป็นขั้นตอนชัดเจน จึงพอสรุปได้ว่า ความงามของคณิตศาสตร์ อยู่ที่ความ มีระเบียบ ความกลมกลืนของแนวความคิดตลอดจนความละเอียดถี่ถ้วนและรอบคอบ

1.5 คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง

คณิตศาสตร์นั้นมีกำเนิดมาจากธรรมชาติ โดยมนุษย์เริ่มสังเกตความเป็นไปของธรรมชาติ พิจารณาปัญหาต่างๆ แล้วสรุปเป็นรูปนามธรรม หรือสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเนื้อหานั้นๆ อันประกอบด้วยคำนิยาม คำนิยาม และสัจพจน์ จากนั้นจึงใช้ตรรกศาสตร์สรุปออกมาเป็นกฎหรือทฤษฎีบท แล้วนำกฎหรือทฤษฎีบทไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติต่อไป ซึ่งสามารถสรุปเป็นแผนภาพ ดังนี้



2. ระบบคณิตศาสตร์

ระบบคณิตศาสตร์มีองค์ประกอบที่สำคัญ 2 ส่วน คือ โครงสร้างของคณิตศาสตร์ และกระบวนการให้เหตุผล

2.1 โครงสร้างของคณิตศาสตร์ (mathematical structure) ประกอบด้วย 4 ส่วน ได้แก่

2.1.1 คำนิยาม (undefined term) หมายถึง คำที่ไม่สามารถให้คำจำกัดความได้ แต่สามารถเข้าใจความหมายได้ โดยอาศัยการรับรู้จากประสบการณ์ ความคุ้นเคยกับคุณสมบัติของมัน เช่น จุด เส้น ระนาบ เป็นต้น

2.1.2 คำนิยาม (defined term) หมายถึง คำที่สามารถให้คำจำกัดความได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส วงกลม เส้นขนาน เป็นต้น

2.1.3 สัจพจน์ (postulate) หมายถึง ข้อความที่ยอมรับหรือตกลงว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ เช่น “เส้นตรงสองเส้นตัดกันที่จุดเพียงจุดเดียวเท่านั้น” , “ลากเส้นตรงให้ผ่านจุดสองจุดที่แตกต่างกันได้เพียงเส้นเดียวเท่านั้น” หรือ “สัจพจน์เกี่ยวกับการบวกของจำนวนจริง ดังนี้ ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า $a + b$ เป็นจำนวนจริง และมีสมบัติ ดังนี้

- 1) $a + b = b + a$
- 2) $a + (b + c) = (a + b) + c$
- 3) มีจำนวน 0 ที่มีสมบัติว่า $a + 0 = 0 + a = a$ ทุกๆ จำนวนจริง a
- 4) สำหรับจำนวนจริง a ใดๆ จะมีจำนวนจริง $-a$ ที่ทำให้ $a + (-a) = 0$ ”

2.1.4 ทฤษฎีบท (theorem) หมายถึง ข้อความที่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง ซึ่งในการพิสูจน์อาจใช้คำนิยาม คำนิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีบทอื่นๆ ที่ได้พิสูจน์มาแล้ว เช่น “มุมภายในรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา” , “เส้นตรงคู่หนึ่งซึ่งเชื่อมหัวท้ายของเส้นขนานที่ยาวเท่ากัน จะขนานกันและยาวเท่ากันด้วย” **ลองทำดู**

2.2 กระบวนการให้เหตุผล (reasoning)

เป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้แสวงหาความรู้ใหม่ๆ โดยนำเอาความจริงอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างในระบบ ซึ่งเรียกว่า “เหตุ หรือข้อตั้ง (premise)” มาวิเคราะห์แจกแจงแสดงความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดความจริงอันใหม่ขึ้น ซึ่งเรียกว่า “ผล หรือผลสรุป หรือข้อยุติ (conclusion)” กระบวนการให้เหตุผลมี 2 ลักษณะ ดังนี้

2.2.1 การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (induction reasoning) เป็นการสรุปความรู้ใหม่ โดยอาศัยข้อสังเกต หรือผลการทดลองจากหลายๆ ตัวอย่าง จากกรณีย่อย แล้วสรุปเป็นความรู้แบบทั่วไป

ตัวอย่างการให้เหตุผลเชิงอุปนัย

ตัวอย่างที่ 1 จากการสังเกตต้นมะพร้าว พบว่า

ต้นที่ 1 “ไม่แตกกิ่ง”

ต้นที่ 2 “ไม่แตกกิ่ง”

ต้นที่ 3 “ไม่แตกกิ่ง”

.....

ต้นที่ 100 “ไม่แตกกิ่ง”

จากสิ่งที่สังเกตจึงสรุปว่า “ต้นมะพร้าวทุกต้นไม่แตกกิ่ง”

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ n ของ 1, 3, 5, 7, 9, ...

เนื่องจาก พจน์ที่ 1 คือ 1

พจน์ที่ 2 คือ 3 เขียนได้เป็น $1 + 2$ หรือ $1 + 2(1)$

พจน์ที่ 3 คือ 5 เขียนได้เป็น $1 + 2 + 2$ หรือ $1 + 2(2)$

พจน์ที่ 4 คือ 7 เขียนได้เป็น $1 + 2 + 2 + 2$ หรือ $1 + 2(3)$

พจน์ที่ 5 คือ 9 เขียนได้เป็น $1 + 2 + 2 + 2 + 2$ หรือ $1 + 2(4)$

ดังนั้น พจน์ที่ 100 คือ $1 + 2(99) = 199$

นั่นคือ พจน์ที่ n หรือรูปทั่วไปของลำดับ คือ $2n - 1$

โดยทั่วไป การให้เหตุผลแบบอุปนัย นิยมใช้ในการศึกษาค้นคว้าคุณสมบัติต่างๆ ทางวิทยาศาสตร์ เช่น ข้อสรุปที่ว่า “สารสกัดจากสะเดาสามารถใช้เป็นยากำจัดศัตรูพืชได้” หรือในทางคณิตศาสตร์จะใช้ในเรื่องการสร้างสัญพจน์ เช่น เมื่อทดลองลากเส้นตรงสองเส้นให้ตัดกันหลายๆ ครั้ง พบว่า เส้นตรงสองเส้นจะตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น จึงสรุปได้ว่า “เส้นตรงสองเส้นตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น”

2.2.2 การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการสรุปความรู้ใหม่ หรือ ข้อความจริงใหม่ ซึ่งเรียกว่า **ผลสรุป** ที่เป็นผลมาจากการนำข้อความที่กำหนดให้ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริง ซึ่งเรียกว่า “เหตุ” ถ้าเหตุที่กำหนดให้บังคับให้เกิดผลสรุป แสดงว่า การให้เหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล (valid) แต่ถ้าเหตุที่กำหนดให้ไม่สามารถบังคับให้เกิดผลสรุปได้ แสดงว่า การให้เหตุผลดังกล่าวไม่สมเหตุสมผล (invalid)

ตัวอย่างการให้เหตุผลเชิงนิรนัย

ตัวอย่างที่ 3 พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ 1. หมูเป็นสัตว์น้ำ

2. สัตว์น้ำทุกตัวว่ายน้ำได้

ผลสรุป หมูว่ายน้ำได้

การให้เหตุผลดังกล่าว เป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล เนื่องจากเหตุแต่ละเหตุที่นำมาอ้างอิงบังคับให้เกิดผลสรุปได้

ตัวอย่างที่ 4 พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ 1. มนุษย์ทุกคนมีสองขา

2. ผู้หญิงทุกคนมีสองขา

ผลสรุป ผู้หญิงทุกคนเป็นมนุษย์

ผลสรุปนี้เป็นความจริง แต่เป็นการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล เพราะเหตุที่นำมาอ้างอิงไม่สามารถบังคับให้เกิดผลสรุปดังกล่าวได้ เหตุแต่ละเหตุมีความเป็นอิสระ ไม่สัมพันธ์กันแต่ประการใด

แบบฝึกหัดที่ 1
เรื่อง ธรรมชาติและโครงสร้างคณิตศาสตร์

1. จงพิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าเป็นคำนิยาม หรือสัจพจน์ หรือทฤษฎีบท
 - 1) สิ่งที่มีชีวิตทุกสิ่งต้องตาย
 - 2) เส้นตรงสองเส้นตัดกันทำให้มุมตรงกันข้ามมีขนาดเท่ากัน
 - 3) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 - 4) ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
 - 5) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
 - 6) สำหรับจำนวนเต็มบวก n ทุกตัว $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
 - 7) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 - 8) สัตว์ทุกชนิดต้องหายใจ
 - 9) ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง แล้ว $a + b = b + a$
 - 10) รูปสมมาตร
2. จงพิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้เป็นการให้เหตุผลเชิงอุปนัยหรือนิรนัย
 - 1) ข้อความจริงที่ว่า “นักศึกษาทุกคนต้องเรียนภาษาอังกฤษ และวินัยเป็นนักศึกษา” ดังนั้นจึงสรุปว่า “วินัยต้องเรียนภาษาอังกฤษ”
 - 2) อาจารย์ผู้สอนสังเกตพบว่า “วันจันทร์นายสมปองมาสาย และวันอังคารนายสมปองก็มาสายอีก” อาจารย์ผู้สอนจึงสรุปว่า “นายสมปองมาสายทุกวัน”
 - 3) จากการตรวจสอบสุขภาพของอาจารย์ในมหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา จำนวน 90 คน พบว่า “มีน้ำตาลในเลือดสูง” จึงสรุปว่า “อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลาทุกคนมีน้ำตาลในเลือดสูง”
 - 4) ข้อความจริงที่ว่า “นักศึกษาทุกคนต้องได้รับเงินกู้ยืม กรอ.” และสมมติเป็นนักศึกษา ดังนั้นจึงสรุปว่า “สมมติต้องได้รับเงินกู้ยืม กรอ.”
3. จงพิจารณาว่าการให้เหตุผลต่อไปนี้ เป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล หรือไม่สมเหตุสมผล
 - 1) เหตุ 1. นกทุกตัวมีหาง
 2. เป็ดทุกตัวมีหาง
ผลสรุป เปิดเป็นนกชนิดหนึ่ง
 - 2) เหตุ 1. ชาวนาทุกคนต้องทำงานหนัก
 2. สมชายเป็นชาวนา
ผลสรุป สมชายต้องทำงานหนัก
 - 3) เหตุ 1. ชาวภูเก็ตทุกคนเป็นชาวไทย
 2. ชาวใต้ทุกคนเป็นชาวไทย
ผลสรุป ชาวภูเก็ตทุกคนเป็นชาวไทย
 - 4) เหตุ 1. สิ่งมีชีวิตทุกอย่างต้องหายใจ
 2. มนุษย์เป็นสิ่งมีชีวิต
 3. สมชายเป็นมนุษย์
ผลสรุป สมชายต้องหายใจ

แบบฝึกหัดที่ 2
เรื่อง ทบทวนตรรกศาสตร์

1. จงพิจารณาว่าประโยคต่อไปนี้ เป็นประพจน์หรือไม่

- 1) $25 + 52 = 77$
- 2) ขอรภัยในความไม่สะดวก
- 3) ห้ามเดินลัดสนาม
- 4) กรุณาอย่างส่งเสียงดัง
- 5) ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออกทุกวัน
- 6) สงขลาเป็นจังหวัดที่อยู่ทางภาคกลางของประเทศไทย
- 7) เขาเป็นนักประพันธ์ที่มีชื่อเสียง
- 8) คุณไปไหนมา
- 9) วันนี้ฝนตก
- 10) คณิตศาสตร์เป็นรายวิชาที่เข้าใจยาก
- 11) นายกรัฐมนตรีของประเทศไทยเป็นผู้หญิง
- 12) $3x + 7 < 22$
- 13) งดสูบบุหรี่ในสถานศึกษา
- 14) สมชายชอบเรียนคณิตศาสตร์
- 15) 0 หารด้วย 7 ลงตัว

2. ให้ p : จังหวัดสงขลาเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย

$$q : 3 \times 4 = 12$$

r : ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก

s : เปิดบินได้

จงเขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์ต่อไปนี้

1) ถ้า $3 \times 4 = 12$ และจังหวัดสงขลาเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย แล้ว เปิดบินได้

2) จังหวัดสงขลาเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย และ ดวงอาทิตย์ไม่ขึ้นทางทิศตะวันออก ก็ต่อเมื่อ $3 \times 4 \neq 12$

3) ถ้า $3 \times 4 \neq 12$ แล้วเปิดบินไม่ได้ หรือดวงอาทิตย์ไม่ขึ้นทางทิศตะวันออก

4) ถ้าเปิดบินไม่ได้ หรือจังหวัดสงขลาไม่เป็นเมืองหลวงของประเทศไทยแล้ว $3 \times 4 = 12$

5) ดวงอาทิตย์ไม่ขึ้นทางทิศตะวันออกหรือเปิดบินไม่ได้ ก็ต่อเมื่อ จังหวัดสงขลาเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย

6) ถ้าจังหวัดสงขลาเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย แล้วเปิดบินได้ และ $3 \times 4 \neq 12$

7) ดวงอาทิตย์ไม่ขึ้นทางทิศตะวันออก ก็ต่อเมื่อ เปิดบินไม่ได้ หรือจังหวัดสงขลาไม่เป็นเมืองหลวงของประเทศไทย

8) จังหวัดสงขลาเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย ก็ต่อเมื่อ ดวงอาทิตย์ไม่ขึ้นทางทิศตะวันออก และ $3 \times 4 \neq 12$

9) $3 \times 4 = 12$ และจังหวัดสงขลาเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย หรือเปิดบินไม่ได้

10) ดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก หรือ $3 \times 4 = 12$ และ จังหวัดสงขลาไม่เป็นเมืองหลวงของประเทศไทย

3. จงพิจารณาว่าประพจน์ต่อไปนี้มีความจริงเป็นจริงหรือเป็นเท็จ

1) ถ้า $3 + 4 \neq 7$ แล้ว $2 > 3$

2) 3 และ 4 เป็นตัวประกอบของ 8

3) หนูบินได้และไก่มี 3 ขา

4) $3 - 4 = -1$ หรือ $3 - 4 = 1$

5) ถ้า $3 \times 7 = 21$ และ $3 < 2$ แล้ว $4 \neq 4$

6) $7 + 8 = 15$ ก็ต่อเมื่อ $4 < 7$ หรือ $7 < 4$

7) ม้าบินได้และแมวไม่มีขา ก็ต่อเมื่อ $2 \times 3 \neq 6$

8) ถ้า $3 \times 4 = 34$ แล้ว $6 - 4 \neq 2$

9) $8 \div 2 = 4$ ก็ต่อเมื่อ $2 \times 4 = 8$

10) $3 + 1 = 4$ หรือ $1 + 2 \neq 3$ และ $8 < 7$

4. กำหนดให้ m, n มีค่าความจริงเป็นจริง และ p, q, r มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1) $(m \vee \sim r) \rightarrow \sim p$

2) $(p \rightarrow m) \wedge (\sim q \vee r)$

3) $\sim (q \wedge m) \rightarrow (n \leftrightarrow p)$

4) $(p \vee q) \leftrightarrow (m \vee n)$

5) $[m \rightarrow (p \wedge q)] \rightarrow (n \vee r)$

6) $(\sim p \leftrightarrow \sim r) \leftrightarrow (m \rightarrow n)$

7) $\sim (m \wedge \sim p) \rightarrow (r \vee \sim q)$

8) $\sim [\sim m \rightarrow (r \wedge q)] \leftrightarrow [(p \vee q) \rightarrow m]$

9) $[(\sim r \vee \sim q) \wedge m] \vee (p \rightarrow n)$

10) $[m \rightarrow ((\sim r \vee p)) \rightarrow (q \vee n)]$

5. จงหานิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

1) $3 \times 4 < 3 + 4$

.....

2) สมปองมีบ้านและรถยนต์

.....

3) เปิดหรือไต่บินได้

.....

4) ถ้า $3 \times 6 = 18$ และ $3 > 4$ แล้ว $5 \neq 5$

.....

5) $16 \div 8 = 2$ ก็ต่อเมื่อ $8 \times 2 = 16$

.....

6) $7 - 2 = 5$ หรือ $2 + 4 = 6$ และ $6 < 5$

.....

7) $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$

.....

8) $(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \rightarrow r)$

.....

9) $(p \leftrightarrow [p \vee (q \wedge r)])$

.....

10) $(\sim p \wedge q) \vee (p \leftrightarrow r)$

.....

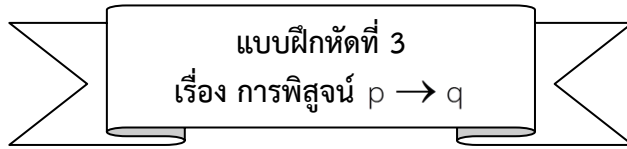
6. จงพิสูจน์ว่าการให้เหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผล

เหตุ : 1) $\sim p \rightarrow q$

2) $q \rightarrow \sim r$

3) $\sim p$

ผล : $\sim r$



1. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มใดๆ จงพิสูจน์ว่า

1) ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคู่

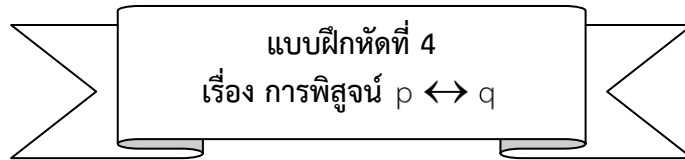
2) ถ้า a เป็นจำนวนคี่แล้ว $(a+1)^2$ เป็นจำนวนคู่

3) ถ้า $a \neq b$ แล้ว $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$

4) ถ้า $3a$ เป็นจำนวนคู่ แล้ว a เป็นจำนวนคู่

5) ถ้า ab เป็นจำนวนคู่ แล้ว a หรือ b เป็นจำนวนคู่

2. ถ้าจำนวนนับ m และ n ต่างก็เป็นจำนวนคี่ แล้ว $m + n + 1$ เป็นจำนวนคู่

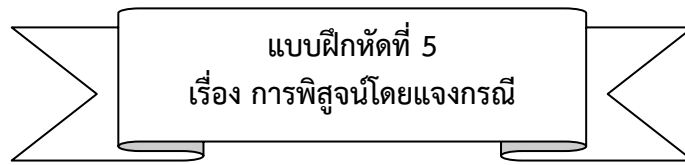


1. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มใดๆ จงพิสูจน์ว่า

1) a เป็นจำนวนคี่ ก็ต่อเมื่อ a^2 เป็นจำนวนคู่

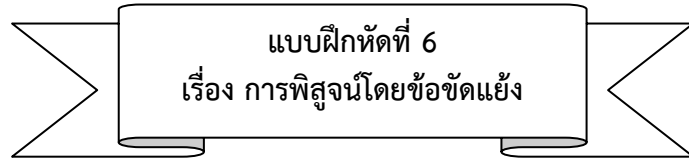
2) $a+1$ เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ a^2+1 เป็นจำนวนคู่

3) a หารด้วย 3 ลงตัว ก็ต่อเมื่อ a^2 หารด้วย 3 ลงตัว



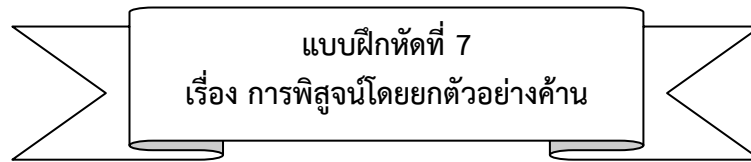
1. จงพิสูจน์ว่า $a^2 + a$ เป็นจำนวนคู่ทุกจำนวนเต็ม a ใดๆ

2. กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มใดๆ จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a|b$ หรือ $a|c$ แล้ว $a|bc$

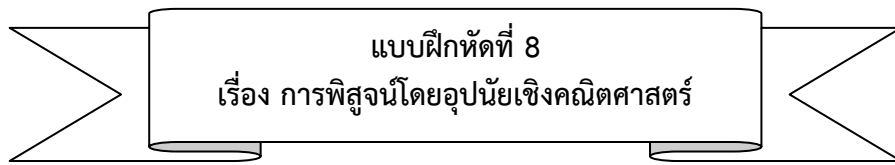


1. กำหนดให้ A เป็นเซตใดๆ จงพิสูจน์ว่า $A \cap A' = \Phi$

2. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า $x = \sqrt{2x+3}$ แล้ว $x = 3$



1. จงพิสูจน์ว่า “ผลคูณของจำนวนอตรรกยะเป็นจำนวนอตรรกยะ” เป็นเท็จ
2. จงพิสูจน์ว่า $\forall(x)[\text{ถ้า } x \text{ เป็นจำนวนเต็ม แล้ว } x^2 > 0]$ เป็นเท็จ
3. จงพิสูจน์ว่า “ ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ $a > b$ แล้ว $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” เป็นเท็จ



1. จงพิสูจน์ว่า $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{4n^3 - n}{3}$ สำหรับทุกจำนวนเต็ม $n \in \mathbb{Z}^+$

2. จงพิสูจน์ว่า $\frac{1}{(1)(2)} + \frac{1}{(2)(3)} + \frac{1}{(3)(4)} + \dots + \frac{1}{(n)(n+1)} = \frac{n}{n+1}$
สำหรับทุกจำนวนเต็ม $n \in \mathbb{Z}$

3. จงพิสูจน์ว่า $(1)(3) + (2)(4) + (3)(5) + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$

สำหรับทุกจำนวนเต็ม $n \in \mathbb{Z}$